

● CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

ELEIÇÕES PRESIDENCIAIS 2014 NO BRASIL: ANÁLISE DOS RESULTADOS DO SEGUNDO TURNO POR MEIO DA LEI DE NEWCOMB-BENFORD PARA O SEGUNDO DÍGITO

**Priscila Neves Faria¹, Mariana de Freitas Pintar²; Patrícia Ferreira Paranaíba³*

RESUMO: O presente trabalho teve como objetivo aplicar a Lei de Newcomb-Benford para o segundo dígito nos resultados eleitorais para presidência do Brasil de 2014, no segundo turno. Este método é amplamente aplicado para detectar indícios de fraude onde se possa haver manipulação de números, podendo ser notas fiscais, números apresentados em relatórios financeiros ou, como proposto, resultados eleitorais. É uma ferramenta de apoio à auditoria e controle a adulteração. Pela análise estatística dos dados constatou-se a adequação dos números de votos para os candidatos Dilma Roussef e Aécio Neves e para votos nulos, entretanto, para os votos em branco, os dados não se aderiram à lei.

Palavras-chave: Eleições. Brasil. Newcomb-Benford.

PRESIDENTIAL ELECTIONS 2014 IN BRAZIL: ANALYSIS OF RELIABILITY OF THE SECOND ROUND RESULTS USING THE NEWCOMB-BENFORD LAW FOR THE SECOND DIGIT

ABSTRACT: The purpose of this study was to apply the Newcomb-Benford Law to the second digit in the results of the presidential elections for Brazil in 2014, in the second round. This method is widely applied to detect evidence of fraud where there may be manipulation of numbers, such as invoices, figures presented in financial reports or, as proposed, election results. It is a tool to support auditing and to control tampering. The statistical analysis of the data revealed the adequacy of the number of votes for the candidates Dilma Roussef and Aécio Neves and for the null votes, but for the blank votes, the data did not adhere to the law.

Keywords: Election. Brazil. Newcomb-Benford.

* Autor Correspondente: priscilaneves@ufu.br

1 Doutora, Universidade Federal de Uberlândia, (UFU), Uberlândia, MG, Brasil. <http://lattes.cnpq.br/0838243793554021>, priscilaneves@ufu.br

2 Bacharela em Estatística, Universidade Federal de Uberlândia, (UFU), Uberlândia, MG, Brasil. <http://lattes.cnpq.br/1824947287438227>, maripintar@hotmail.com

3 Doutora, Universidade Federal de Uberlândia, (UFU), Uberlândia, MG, Brasil. <http://lattes.cnpq.br/7885584765589861>, (34) 3239-4500, patriciaparanaiba@ufu.br

INTRODUÇÃO

É imprescindível que, no atual ambiente de variações políticas, crises econômicas, escândalos e as incertezas que a administração pública brasileira vem enfrentando, ferramentas e estudos estatísticos possam oferecer uma metodologia científica indispensável no processo decisório e transparência fidedigna dos resultados gerais das eleições presidenciais brasileiras (NIGRINI, 2001).

Em todo o mundo, sejam nas novas ou velhas democracias, as alegações de fraudes eleitorais sucedem com ampla frequência (LEHOUCQ, 2003). Na Rússia, nas eleições presidenciais de 2008, Dmitry Medvedev, com apoio de Vladimir Putin, tomou posse da presidência mesmo na afluência de crescentes tendências autoritárias, o que gerou grandes ondas de protestos e denúncias de fraude.

Não diferentemente dos outros países, em 1982, ocorreu uma tentativa de fraude nas eleições para governador do estado do Rio de Janeiro no Brasil, evento conhecido como "Caso Proconsult", cuja empresa contratada para realizar a apuração dos resultados transferia votos do candidato Leonel Brizola para o candidato Moreira Franco, apoiado pelos militares.

O Brasil foi pioneiro no uso de urnas eletrônicas, com a implantação do sistema em 1996, contudo, até hoje, mantém o mesmo tipo de equipamento. Após as eleições, houve uma série de denúncias de caráter geral com evidências aparentes (antes de uma auditoria específica), que chegaram à coordenação do partido efetivo. Uma delas referia-se ao desvio de votos nas urnas: o modelo das urnas brasileiras permitiria inserir softwares maliciosos para desviar votos durante seu registro ou apuração (HURSTI, 2006; FELDMAN et al., 2007). Outra denúncia foi o desvio de votos na transmissão e na totalização dos votos: a percepção de fraude foi agravada por ter se tornado público que um grupo pequeno de pessoas sob coordenação da Secretaria de Tecnologia da Informação do Tribunal Superior Eleitoral (STJ/TSE) teve acesso, em ambiente fechado, aos dados parciais da totalização antes da divulgação oficial (BRUNAZO FILHO et al., 2015).

Atualmente, o Brasil é o único país a utilizar este modelo de urna, países como Alemanha, Irlanda, Inglaterra e Paraguai testaram e abandonaram o sistema por falta de transparência ou falta de confiabilidade e, com isso, a maioria dos países utiliza o modelo de segunda geração que permite ao eleitor checar os candidatos escolhidos além de emitir um comprovante em papel com o voto.

A eleição geral brasileira, a qual refere-se o presente estudo, foi realizada nos dias 5 e 26 de outubro de 2014, referentes ao primeiro e segundo turno, respectivamente. Na ocasião, os eleitores votaram em presidente da República, governador, senador e deputados federal e estadual.

Por haver muita discussão sobre os resultados dos votos, é de grande importância, mediante um procedimento, verificar algum tipo de fraude, intencional

ou não, na coleta de dados. No processo de apuração dos resultados, as informações são criptografadas e transmitidas computacionalmente, tal situação aumenta a chance de haver alterações nos valores devido a erros ocasionados durante o procedimento.

De acordo com a Lei de Newcomb-Benford ou "Lei do Primeiro Dígito", a frequência de números naturais em uma série histórica apresenta uma probabilidade natural, em particular, no primeiro dígito (HOESCHL; BUENO, 2015). Benford testou a lei em 20 conjuntos de dados de origens diversas, tais como estatísticas de baseball, drenagem de rios, massas atômicas e até mesmo em números aparecendo em páginas de revistas (ALVES; LYRA, 2008).

Walter Mebane, um dos autores que mais estudaram a aplicabilidade da lei de Newcomb-Benford em eleições, analisou dados eleitorais de vários países, incluindo os Estados Unidos, Rússia e México. Em 2009, o cientista avaliou cada uma das urnas da eleição presidencial do Irã e constatou que os resultados haviam sido fraudados a favor de um dos candidatos à presidência (BELLOS, 2015).

Pericchi e Torres (2004) propuseram usar a distribuição do segundo dígito da Lei de Benford para testar votos fraudulentos. Mebane Jr. (2006) diz que a lei de Benford é mais bem entendida como um método que indica para onde investigações poderiam ser direcionadas.

Quando se trata de dados de eleições, é preferível utilizar o segundo dígito significativo uma vez que a Lei de Benford não funciona bem quando os números na base de dados são limitados. Isso ocorre com as urnas, por exemplo, pois há um limite superior ao número de eleitores em cada seção eleitoral já que a alocação máxima é de 400 eleitores em cada seção nas cidades do interior e 500 eleitores nas capitais de estado (FIRMINO, 2017). Essa limitação prejudica a capacidade da LB detectar fraudes. Mebane Jr. (2006) ainda destaca que dados de contagem de votos é um processo que se assemelha fortemente à distribuição da Lei de Benford quando estudados os segundos dígitos.

Assim, o presente trabalho teve por objetivo aplicar o método estatístico baseado na Lei de Newcomb-Benford (LNB), com intuito de testar a aderência dos dados e a consistência dos resultados à presidência do segundo turno das Eleições Gerais de 2014 e, assim, verificar observações discrepantes baseando-se no padrão determinado pela Lei de Newcomb-Benford.

MATERIAL E MÉTODOS

O Tribunal Superior Eleitoral (TSE) possui um portal oficial online e dispõe informações referentes às quantidades de votos do primeiro e segundo turno das eleições de cada município do Brasil, acrescido dos votos em trânsito e de outros países (BRASIL, [2014]).

Neste estudo, foi utilizado o banco de dados disponibilizado pelo portal oficial do Tribunal Superior Eleitoral, com os boletins de urna do segundo turno de cada estado com eleitores aptos a votar, que contou

com todos os estados brasileiros e alguns estados do exterior. Os boletins de urna são arquivos das seções eleitorais que constam as informações de como saíram da urna eletrônica, ou seja, sem o processamento do sistema de totalização.

Utilizou-se o software SPSS apenas para organização e contabilização dos dados que resultou em um banco de dados com as variáveis agregadas por zona eleitoral: UF, município, quantidade de eleitores aptos a votar, quantidade de eleitores presentes, tipo de urna (as urnas foram classificadas como “apurada” ou “não instalada”), partido, número votável (número que representava o candidato ou partido, sendo que para votos brancos e nulos, os números eram “95” e “96”, respectivamente), nome do candidato e quantidade de votos por município.

Como ferramenta, foi utilizado o software estatístico R fazendo-se uso de um pacote fundamental para aplicação da lei de Newcomb-Benford, o benford.analysis (CINELLI, 2018).

A Lei de Newcomb-Benford explica uma distribuição anômala dos números inteiros de 1 a 9. Pesquisas no campo da teoria das probabilidades, tais como Hill (1998), Pinkham (1961) e Raimi (1969), mostram que a Lei de Newcomb-Benford aplica-se a um conjunto de dados que tem a propriedade de ser invariante escalar, ou seja, multiplicando-se os valores de uma amostra por uma constante, a distribuição não se altera.

O resultado investigado por Benford (1938) não define apenas uma distribuição para os primeiros dígitos, mas uma distribuição para todos os dígitos significativos de um número. Mais formalmente, um conjunto de números que siga a Lei de Benford teria a mantissa de seus logaritmos uniformemente distribuída. Um teste para verificar tal ocorrência, pode também ser usado para testar a conformidade dos dados com a Lei de Newcomb Benford, como proposto por Nigrini (2012).

Raimi (1969) aponta que os dados precisam somente se aproximar de uma sequência geométrica. Nigrini (2012) concorda e ainda propõe o uso de uma regressão linear para testar se as mantissas ordenadas formam uma linha reta.

Alexander (2009) foi além e propôs um rigoroso teste de conformidade com a Lei de Benford, chamado Mantissa Arc Test (MA), que consiste em verificar se as mantissas se distribuem uniformemente ao longo do intervalo $[0,1)$. Um ajuste para este teste, quando tratado para altas populações, é sugerido por Nigrini (2012), pois o autor diz que quando analisados um grande conjunto de dados, o teste sinaliza conformidade facilmente.

A distribuição de Newcomb-Benford se dá nos ditos dígitos significativos, isto é, nos dígitos à extrema esquerda dos valores, com exceção do zero, independentemente do número de algarismos de cada valor da amostra. Por exemplo, considerando o número 52.168, o número 5 é o primeiro dígito, o número 2 é o segundo dígito, e assim sucessivamente até o número 8 que é o quinto dígito.

A tabela que atua de suporte às disposições do estudo foi publicada por Newcomb (1881) no *American*

Journal of Mathematics composta pelas probabilidades de ocorrência do primeiro e segundo dígito significativo que pertence ao conjunto dos números inteiros de 0 até 9 (Tabela 1):

Tabela 1. Frequências dos dígitos da Lei de Benford

Número	1º Dígito	2º Dígito
0	-	0,11968
1	0,30103	0,11389
2	0,17609	0,10882
3	0,12494	0,10433
4	0,09691	0,10030
5	0,07918	0,09667
6	0,06695	0,09337
7	0,05799	0,09035
8	0,05115	0,08757
9	0,04576	0,08499

Fonte: NEWCOMB (1881)

Como proposto por Newcomb, os primeiros dígitos dos dados, expostos na Tabela 1, seguem uma distribuição logarítmica. Durtschi et al. (2004) relatam que Newcomb calculou a probabilidade do primeiro dígito de um número diferente de zero e Berger e Hill (2015) estenderam a teoria, e, de maneira geral, encontraram a distribuição para todos os dígitos significativos. A exigência de que as mantissas sejam distribuídas uniformemente é a base matemática da Lei de Benford. Nigrini (2012) exemplifica a mantissa do logaritmo de 200 como sendo $\log_{10}(200) = 2,30103$. Logo, mantissa do $[\log_{10}(200)] = 0,30103$.

A aplicação da Lei de Benford é realizada por meio da comparação dos valores observados no estudo para o dígito em análise com relação aos valores esperados para esse mesmo dígito da distribuição de Benford. Esta comparação se faz por meio de um teste de aderência. Se os dados apresentarem uma conformidade com a lei de Benford, suas mantissas serão uniformes no intervalo de $[0,1)$. Duas condições necessárias, mas não suficientes para que as mantissas sejam uniformemente distribuídas no intervalo $[0,1)$ é que a média seja 0,50 e a variância seja $1/12$. Além disso, as mantissas ordenadas devem formar uma linha reta que varia de $-1/n$ à $(n-1)/n$, com uma inclinação de $1/n$ (CECCATO, 2013).

Uma reta de regressão pode ser usada para testar se as mantissas ordenadas formam uma linha reta, onde y é o conjunto das mantissas ordenadas e x é o rank das mantissas (de 1 a n). Para isso, pode-se testar o coeficiente linear, a inclinação e o coeficiente de determinação R^2 que devem se aproximar, respectivamente, de zero, $1/n$ e 1, para melhor conformidade (NIGRINI, 2012).

De acordo com Alexander (2009), o teste conhecido como Mantissa Arc Test ou teste MA, propõe a hipótese nula H_0 : As mantissas dos dados são uniformemente distribuídas, versus a hipótese alternativa H_1 : As mantissas dos dados não são uniformemente distribuídas. O valor p se baseia na distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade (ALEXANDER, 2009). Nigrini (2012) sugere que

para grandes populações seja usado \sqrt{n} ou $\sqrt[3]{n}$ no cálculo do valor p , em que N é o tamanho da amostra utilizada.

De acordo com Santos et al. (2003), dois testes estatísticos são interessantes para avaliar a conformidade de um conjunto de dados a Lei de Benford. O teste z avalia sob um determinado nível de significância as diferenças entre a probabilidade observada (P_o) e a probabilidade esperada (P_e) no tocante a ocorrência dos dígitos numéricos (NASCIMENTO et al., 2014).

A estatística Z é utilizada para medir o grau de significância entre as diferenças de probabilidade observada e esperada, associadas a cada um dos dígitos analisados. Por outras palavras, este teste evidencia se um determinado dígito aparece com maior ou menor frequência numa determinada posição em comparação com a distribuição de Benford (DURTSCIHI et al., 2004). A estatística de teste Z é calculada como segue:

$$Z = \frac{|p_o - p_e|}{(p_e * (1 - p_e)/n)^{1/2}} \approx N(0,1)$$

em que P_e indica a proporção esperada tendo em conta a distribuição de Benford (1938), P_o indica a proporção observada tendo em conta a distribuição da amostra analisada, e n o número de observações.

A estatística Z é calculada para cada dígito ou combinação de dígitos, ou seja, para o teste dos dois primeiros dígitos existiria 90 estatísticas (NIGRINI, 2001). De maneira similar, outro teste importante é o teste qui-quadrado de aderência para verificar se a frequência observada dos segundos dígitos dos dados coincide com as proporções dos segundos dígitos da lei de Benford. Este teste possui a mesma função que o teste z , porém em um âmbito global dos dígitos, ou seja, para toda a distribuição. Se os valores observados do teste são maiores que os valores críticos específicos identificados pela teoria estatística, a conclusão é que a distribuição dos segundos dígitos não caracteriza as contagens referentes aos votos (MEBANE JR., 2006).

O teste é realizado utilizando a estatística de teste Qui-quadrado com $k-1$ graus de liberdade, como segue:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \approx \chi_{k-1}^2$$

em que O_i é a frequência de votos observada, E_i é a frequência esperada pela distribuição de Benford e k é a quantidade total de dígitos (9 para o primeiro e 10 para os demais dígitos significativos). O valor obtido é comparado ao valor crítico da distribuição qui-quadrado, em um nível de significância estabelecido com ($k-1$) graus de liberdade (SIEGEL; CASTELLAN JR., 2008). Neste estudo, adotou-se o nível de significância α de 5%. Caso a distribuição de algum dígito, em um fenômeno para o qual já é conhecido que seus valores seguem a lei de Benford, não siga tal distribuição, conclui-se que algum número (de 1 a 9 ou de 0 a 9) foi mais ou menos frequente do que deveria ser (CYMROT et al., 2012).

Quando , o teste qui-quadrado não deverá ser utilizado se houver qualquer frequência esperada inferior

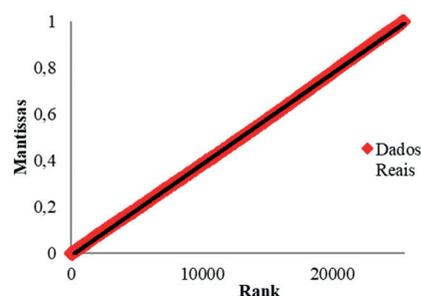
a 1 ou se mais de 20% das frequências esperadas forem menores que 5 (SIEGEL; CASTELLAN JR., 2008).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O segundo turno das Eleições Presidenciais foi realizado no dia 26 de outubro de 2014, e a apuração dos resultados, exposta no site do Tribunal Superior Eleitoral, totalizava 105.542.273 votos, sendo que 54.501.118 foram para a candidata eleita e 51.041.155 para o candidato não eleito. Para fins de transparência e investigação, foram coletados os dados dos boletins de urna de cada estado que, posteriormente, foram agregados por zona eleitoral. Após as análises iniciais, foram descartados valores faltantes, bem como as urnas não apuradas, eliminando-se da análise 41 observações e, desta maneira, procedeu-se a análise que resultou em 112.289.506 votos.

Utilizou-se a regressão linear para testar a uniformidade da distribuição das mantissas dos logaritmos. O método confirmou que as mantissas formavam uma linha quase reta ao longo do intervalo [0,1) quando ordenadas, confirmando essa propriedade da Lei de Benford (Figura 1).

Figura 1. Distribuição das mantissas dos logaritmos dos votos



Fonte: FARIA et al. (2019)

Além disso, testou-se o coeficiente linear, a inclinação e o coeficiente de determinação. A variável y é o conjunto das mantissas ordenadas e a variável x é o rank (variando de 1 até N). Tanto o coeficiente linear quanto a inclinação foram significativos para o modelo (Tabela 2). O coeficiente de determinação foi alto (0,9998), indicando um bom ajuste da reta de regressão.

O Mantissa Arc Test confirmou a uniformidade da distribuição das mantissas dos valores. O valor p do teste foi de 0,00956, o que constata que as mantissas são uniformes e a distribuição global dos votos se aproxima da distribuição de Benford.

Tabela 2. Regressão linear das mantissas

	Coefficientes	Erro padrão	Estatística t	Valor p
Intercepto	-0,0083	5,29x10 ⁻⁵	-156,154	0,0165160
Inclinação	3,94x10 ⁻⁵	3,6x10 ⁻⁹	10928,31	0,0000787

Fonte: FARIA et al. (2019)

Das quantidades de votos do segundo turno das eleições presidenciais brasileiras, foram avaliados quatro subconjuntos separadamente tal como número de votos: brancos, nulos, para a candidata Dilma e para o candidato Aécio.

Mediante testes estatísticos (Tabela 3), foi possível verificar a conformidade dos registros das quantidades dos votos com a lei de Benford, exceto para os votos em branco, ilustrando a aplicabilidade desta lei como ferramenta de auditoria dos resultados.

Tabela 3. Resultados das estatísticas para o teste do 2º dígito para votos: (A) em branco; (B) nulos; (C) para a candidata Dilma Rousseff; (D) para o candidato Aécio Neves

Algarismo	Fr.O.*	Fr.NB*	P-valor
0	0,135	0,120	0,0004*
1	0,115	0,114	0,7718
2	0,111	0,109	0,6170
3	0,101	0,104	0,3628
4	0,098	0,100	0,5686
5	0,098	0,097	0,7338
6	0,090	0,093	0,3734
7	0,088	0,090	0,5824
8	0,080	0,088	0,0238*
9	0,084	0,085	0,8336
Soma	1	1	

(A)

Algarismo	Fr.O.	Fr.NB	P-valor
0	0,128	0,120	0,0444
1	0,112	0,114	0,6528
2	0,106	0,109	0,5092
3	0,101	0,104	0,4180
4	0,102	0,100	0,6818
5	0,101	0,097	0,2040
6	0,090	0,093	0,3370
7	0,089	0,090	0,6242
8	0,090	0,088	0,4354
9	0,081	0,085	0,2076
Soma	1	1	

(B)

Algarismo	Fr.O.	Fr.NB	P-valor
0	0,120	0,120	0,8728
1	0,108	0,114	0,1442
2	0,110	0,109	0,8258
3	0,105	0,104	0,8728
4	0,104	0,100	0,3898
5	0,101	0,097	0,2584
6	0,091	0,093	0,5352
7	0,088	0,090	0,4840
8	0,087	0,088	0,8494
9	0,087	0,085	0,6170
Soma	1	1	

(C)

Algarismo	Fr.O.	Fr.NB	P-valor
0	0,123	0,120	0,3524
1	0,109	0,114	0,2502
2	0,106	0,109	0,4778
3	0,107	0,104	0,4654
4	0,107	0,100	0,0836
5	0,094	0,097	0,4840
6	0,093	0,093	0,8808
7	0,089	0,090	0,6528
8	0,090	0,088	0,4654
9	0,081	0,085	0,2938
Soma	1	1	

(D)

*Fr.O. = Frequência Observada; Fr. NB = Frequência de Newcomb-Benford

Fonte: FARIA et al. (2019)

Para a quantidade de votos em branco, a soma total foi de 1.918.339, com um mínimo de 1 voto por zona, máximo de 5.799 votos e a média foi de 303 votos por zona eleitoral. No teste do segundo dígito, calculou-se o valor da estatística Qui-quadrado, com 9 graus de liberdade, sendo o **valor p** significativo (Tabela 4), rejeitando a hipótese nula de aderência à Lei de Benford a um nível α de 5% de significância.

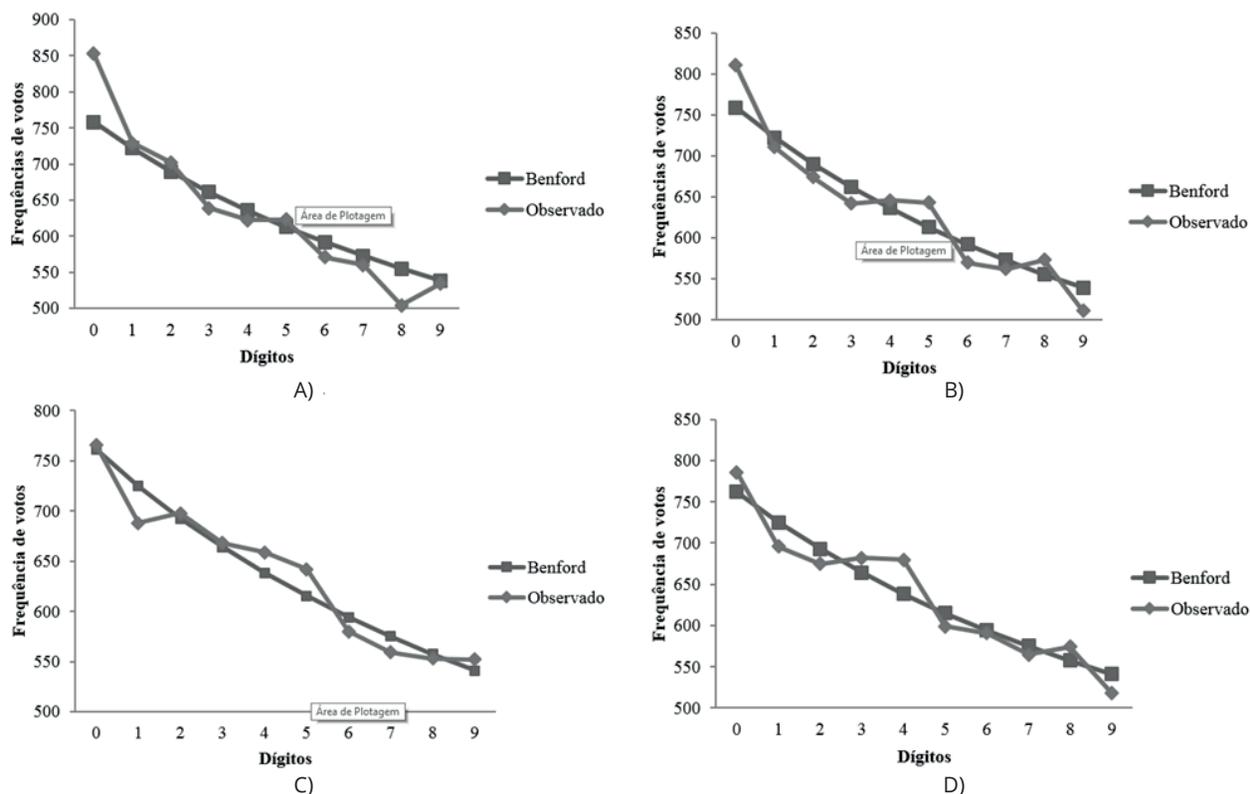
Tabela 4. Estatística Qui-quadrado para votos Brancos

Variável	Graus de Liberdade	$\chi^2_{calculado}$	$\chi^2_{tabelado}$	Valor P
Votos Brancos	9	17,76	16,92	0,0381

Fonte: FARIA et al. (2019)

A estatística Z calculada para cada algarismo apontou a distorção do número de votos à lei para os números 0 e 8 (Tabela 3-a).

Figura 2. Frequências esperadas da Lei de Benford e frequências observadas da quantidade de votos



(a) Frequências esperadas da lei de Benford pelas frequências observadas da quantidade de votos brancos; (b) Frequências esperadas da lei de Benford pelas frequências observadas da quantidade de votos nulos; (c) Frequências esperadas da lei de Benford pelas frequências observadas da quantidade de votos para Dilma Rousseff; (d) Frequências esperadas da lei de Benford pelas frequências observadas da quantidade de votos para Aécio Neves.

Fonte: FARIA et al. (2019)

Graficamente isso também foi observado (Figura 2), ou seja, as frequências observadas dos votos não diferiram das frequências esperadas em relação à distribuição de Benford, ou seja, a quantidade de votos seguiu a distribuição de Benford.

Para a quantidade de votos para a candidata Dilma, o limite inferior foi de 1 voto, o limite superior foi de 102.732 votos, a média de votos foi de 8.541 e o total de votos foi de 54.362.136 por zona eleitoral. Os resultados do teste de aderência evidenciaram que os votos à candidata correspondem à distribuição NB (*valor p* > 0,05). Pelo teste Z, também não há evidências para alegar distorções nos valores dos dígitos (Tabela 3).

Para a quantidade de votos para o candidato Aécio, o limite inferior foi de 5 votos, o limite superior foi de 131.292 votos e a média foi de 7.980 votos por zona eleitoral. O número total de votos para este candidato foi de 50.797.478,00 votos. Embasando-se no teste Qui-quadrado, comparou-se a distribuição de probabilidades descrita pela lei NB com os valores dos votos para o candidato, os resultados apontaram que não houve indícios de distorções significativas (*valor p* > 0,05).

Observando a Tabela 3, nota-se que nenhum dos valores da estatística Z foi significativo, não evidenciando possíveis manipulações.

CONCLUSÕES

Ante todo o exposto, constata-se que as quantidades de votos nulos e para os candidatos apresentam uma conformidade aceitável para os segundos dígitos, o que sugere que não houve algum tipo de interferência nos dados. Já as quantidades de votos brancos apontam uma desconformidade dos segundos dígitos analisados em conjunto e podem ser melhores analisados, mas o resultado indicou que há irregularidades.

Dessa forma, embora os votos em branco não tenham se adequados à lei, eles não alteram de maneira efetiva os resultados das eleições. Porém, ainda assim, é uma ocasião que demanda uma melhor atenção. A análise dos dígitos se mostra como uma ferramenta poderosa no aprimoramento e controle não intuitivo de processos eleitorais.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, J. C. Remarks on the use of Benford's Law. **SSRN**, [New York], 19 p., 23 nov. 2009.
- ALVES, M. A.; LYRA, C. S. Manchas solares e a Lei de Newcomb-Benford. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, São Carlos, n. 6, p. 21-31, 2008.
- BELLOS, A. **Alex através do espelho**: como a vida reflete os números e como os números refletem a vida. São Paulo: Companhia das Letras, 2015.
- BENFORD, F. The law of anomalous numbers. **American Philosophical Society**, Philadelphia, v. 78, n. 4, p. 551-572, mar. 1938.
- BERGER, A.; HILL, T. P. **An introduction to Benford's Law**. New Jersey: Princeton University Press, 2015. Capítulo 1: p. 1-9. Disponível em: <http://press.princeton.edu/chapters/s10526.pdf>. Acesso em: abr. 2018.
- BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral. **Repositório de dados eleitorais**. [2014]. Disponível em: <http://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais>. Acesso em: maio 2018.
- BROWNE, M. W. Following Benford's Law, or looking out for no. 1. **The New York Times**, New York, 4 ago.1998. Disponível em: <http://www.rexswain.com/benford.html>. Acesso em: maio 2018.
- BRUNAZO FILHO, A.; CARVALHO, M. A. M.; TEIXEIRA, M. C.; SIMPLICIO JR., M. A.; FERNANDES, C. T. Auditoria especial no sistema eleitoral 2014. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO EM SEGURANÇA DA INFORMAÇÃO E DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS, 15., 2015, Florianópolis. **Anais** [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2015. p. 511-522.
- CECCATO, F. **Aplicações da Lei Newcomb-Benford à auditoria de obras públicas**. 2013. Dissertação (Mestrado em Gestão de Negócios) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013.
- CINELLI, C. **benford.analysis**: Benford Analysis for data validation and forensic analytics: provides tools that make it easier to validate data using Benford's Law. Versão 0.1.5. 2018. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/benford.analysis/benford.analysis.pdf>. Acesso em: maio 2018.
- CYMROT, R.; ROCHA, F. R. da; FERREIRA, D. S. Análise dos dígitos industriais baseada na lei de Benford e sua aplicação utilizando rotinas computacionais. **Revista Mackenzie de Engenharia e Computação**, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 125-145, 2012.
- DURTSCHI, C.; HILLISON, W.; PACINI, C. The effective use of Benford's Law to assist in detecting fraud in accounting data. **Journal of Forensic Accounting**, Florida, v. 5, p. 17-34, 2004.
- FELDMAN, A. J.; HALDERMAN, J. A.; FELTEN, E. W. Security analysis of the Diebold AccuVote-TS voting machine. In: USENIX/ACCURATE ELECTRONIC VOTING TECHNOLOGY WORKSHOP, 7., 2007, [S. l.]. **Anais** [...]. [S. l.: s. n.], 2007. p. 1-16.
- FIRMINO, C. R. S. **Meta-heurísticas para o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2017.
- HILL, T. P. A statistical derivation of the Significant-Digit Law. **Statistical Science**, Bethesda, v. 10, p. 354-363, 1995.
- HILL, T. P. The first digit phenomenon. **American Scientist**, Research Triangle Park, n. 4, p. 1-5, 1998.
- HOESCHL, H. C.; BUENO, T. C. D'A. **Eleições Eletrônicas 2014 no Brasil**: relatório Bueno&Hoeschl: sumário executivo. [Florianópolis: Instituto i3G], 2015. Disponível em: <http://institutoi3g.org.br/blog/lei-de-newcomb-benford-nas-ultimas-eleicoes-presidenciais-no-brasil>. Acesso em: abril 2018.
- HURSTI, H. **Diebold TSx evaluation**. [Carlsborg]: Black Box Voting, 2006. Disponível em: www.blackboxvoting.org/BBVtsxstudy.pdf. Acesso em: 06 maio 2018.
- LEHOUCQ, F. Electoral fraud: causes, types, and consequences. **Annual Review of Political Science**, Palo Alto, v. 6, p. 233-256, 2003.
- MEBANE JR., W. R. Election forensics: statistics, recounts and fraud. In: ANNUAL MEETING OF THE MIDWEST POLITICAL SCIENCE ASSOCIATION, 2007, Chicago. **Anais** [...]. [Bloomington: MPSA], 2007.
- MEBANE JR., W. R. Election forensics: vote counts and Benford's Law. In: SUMMER MEETING OF THE POLITICAL METHODOLOGY SOCIETY, 2006, Davis. **Anais** [...]. [Davis: University of California], 2006.
- NASCIMENTO, T. D.; SOUZA FILHO, E. M. de; BUSCACIO, L. Detecção de fraudes: o uso da Lei de Benford para avaliar dados educacionais e financeiros. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 46., 2014, Salvador. **Anais** [...]. [Rio de Janeiro: SOBRAPO], 2014. p. 627-638.
- NEWCOMB, S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. **American Journal of Mathematics**, [Baltimore], v. 4, n. 1, p. 39-40, 1881.
- NIGRINI, M J. Benford's Law: application for forensic accounting, auditing, and fraud detection. New Jersey: Wiley and Sons, 2012.
- NIGRINI, M J. Digital analysis using **Benford's Law**: tests statistics for auditors. **Edpacs**, [Abingdon], v. 28, n. 9, p. 1-2, 2001.
- PERICCHI, L. R.; TORRES, D. **La Ley de Newcomb-Benford y sus aplicaciones al Referendum Revocatorio en Venezuela**: reporte técnico no-definitivo 2a. version. [S. l.: s. n.], p. 1-7, 01 out. 2004.

PINKHAM, R. S. On the distribution of first significant digits. **The Annals of Mathematical Statistics**. [S. l.], v. 32, n. 4, p. 1223-1230, dez. 1961.

RAIMI, R. A. The peculiar distribution of first digits. **Scientific American**, [S. l.], v. 221 n. 6, p. 109-120, 1969.

SANTOS, J.; TENÓRIO, J. N. B.; SILVA, L. G. C. Uma aplicação da teoria das probabilidades na Contabilometria: a Lei de Newcomb-Benford como medida para análise de dados no campo da auditoria contábil. **Contabilidade, Gestão e Governança**, Brasília, v. 6, n. 1, p. 35-54, 2003.

SIEGEL, S.; CASTELLAN JR., N. J. **Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.